Revisions Limites

$\leftarrow$ **Constantes, variables.**

Quand $x \to +\infty$ de $x - n\ln(x)$ $(n \in \mathbb{N}\ )$

$\leftarrow$ **Prépondérants, Négligeables. Factorisation; Changement de variable**

- Déterminer la limite quand x tend vers $+\infty$ de $e^x - \ln(2e^x - x^2)$
- Déterminer la limite quand x tend vers $+\infty$ de $e^{x^2} - x$
- Déterminer la limite quand $x \to 1$ de $\ln(x)/(e^x - e)$

$\leftarrow$ **Développements limités.**

- On considère la fonction G définie sur $\mathbb{R}$ par $\begin{cases} G(t) = 0 \text{ si } t < 1 \\ G(t) = 1 - \dfrac{2ln(t)}{t^2} - \dfrac{1}{t^2} \text{ si } t \geq 1 \end{cases}$
- Montrer que G est de classe C^1sur $\mathbb{R}$
- Soit $f(x) = \dfrac{x}{e^x - 1}$ si $x \neq 0$ et $f(0) = 1$. Montrer que f est dérivable en 0. Montrer que cette dérivée est continue en 0.

$\leftrightarrow$ **Equivalents. Factorisation;Changement de variable**

- Déterminer la limite quand $x \to 1$ de $\ln(x)/(e^x - e)$
- On suppose que $n\ln(n) < v_n < 2n.\ln(n)$ pour tout entier $n \geq 3$. Montrer : $\ln(v_n) \sim \ln(n)$
- On a $p(D + I_n > \theta) = \dfrac{1}{n}\left(\dfrac{1 - e^{-\alpha\theta}}{1 - e^{-\alpha\theta/n}}\right)$. Déterminer : $\lim\limits_{n\to+\infty} p(D + I_n > \theta)$

$\leftrightarrow$ **Inégalités, variations.**

- Montrer que pour tout $x > 0$: $f(x) = \ln\left(1 + \dfrac{1}{x}\right) - \dfrac{1}{x} < 0$
- Soit u définie par : $u_0 = 4$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2}$ et $f(x) = \sqrt{x + 2}$.
  Résoudre $f(x) \leq x$. En déduire que la suite u est décroissante et convergente.

$\leftrightarrow$ **Continuité**

- Soit la suite u défnie ci-dessus. Déterminer sa limite.
- Soit $f_k(x) = \dfrac{\ln(x)^k}{x - 1}$ si $x \neq 1$ et $f_k(1) = 0$. Montrer que si $k \geq 2$, $k \in \mathbb{N}$ alors f_k est continue en 1
  Qu'en est-il pour $k = 1$?

$\leftrightarrow$ **Séries**

- Montrer que la série $\sum\limits_{k\geq 2} \ln\left(1 + \dfrac{1}{k}\right)$ diverge en développant le ln

- Déterminer un équivalent de $\ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right)$ en $+\infty$ et en déduire que la série $\sum_{k\geq 2}\ln\left(1+\frac{1}{k^2}\right)$ converge

$\leftrightarrow$ **Intégrales impropres**

Etudier la convergence et calculer $\int_1^{+\infty}\frac{1}{t^2}\ln(t)\,dt$

$\leftrightarrow$ **Branches infinies.**

Soit $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$

- Etudier les variations de f et ses branches infinies. Tracer sa courbe représentative.
- Montrer que f est bijective de $[1,+\infty[$ sur un intervalle que l'on précisera.
- Montrer que sa réciproque vérifie : $f^{-1}(x) - x \to -1$ quand $x \to +\infty$

$\rightarrow$ **Dérivablitié**

Soit $f_k(x) = \dfrac{\ln(x)^k}{x-1}$ si $x \neq 1$ et $f_k(1) = 0$. Montrer que si k est un entier $k \geq 2$ alors f_k est dérivable en 1 et déterminer sa dérivée.

$\rightarrow$ **Fonctions de répartition de VADensité**

Soit $F(x) = e^x/2$ si $x \leq 0$ et $F(x) = 1 - e^{-x}/2$ si $x > 0$. Montrer que F est la fonction de répartition d'une variable aléatoire à densité et déterminer la densité de cette variable aléatoire. Calculer son espérance si elle en a une.

Soit X une telle variabnle aléatoire et $Y = |X|$. Montrer que Y est une variable à densité et déterminer sa densité.