Corrigé ECRICOME 2008 par Pierre Veuillez

0.1 Premier jeu.

Pour ce premier jeu de hasard, la mise pour chaque partie est de 1euro. L'observation montre qu'une partie est gagnée avec la probabilité de $\frac{1}{10}$, perdue avec la probabilité de $\frac{9}{10}$.
Toute partie gagnée rapporte 3 euros. Les différentes parties sont indépendantes.
une personne décide de jouer n parties ($N \geq 2$). On note X_N la variable aléatoire représentant le nombre de parties gagnées et Y_N la variable aléatoire représentant le gain algébrique du joueur.

1. X_N est le nombre de gain en N partie indépendantes, la probabilité de gain à chaque étant de $\frac{1}{10}$.
   Conclusion : $\boxed{X_N \hookrightarrow \mathcal{B}\left(N, \frac{1}{10}\right) \text{ d'où } E(X_N) = \frac{N}{10} \text{ et } V(X_N) = \frac{9}{100}N}$
2. Le gain est la mise moins les rapports :
   Conclusion : $\boxed{Y_n = 3X_N - N \text{ d'où } E(Y_N) = 3E(X_N) - N = -\frac{7}{10}N \text{ et } V(Y_N) = 3^2 V(X_N) = \frac{81}{100}N}$
3. a) Le paramètre de la loi de Poisson qui approche est l'espérance de la loi binomiale :
   Conclusion : $\boxed{\text{Donc } X_{60} \widetilde{\hookrightarrow} \mathcal{P}(6)}$

   b) "Perdre moins de 50 euros" est $(Y_{60} > -50) = (3X_{60} - 60 > -50) = (X_{60} > 10/3)$
   et comme X_{60} ne prend que des valeurs entières, $(Y_{60} > -50) = (X_{60} \geq 4) = \overline{(X_{60} < 4)}$
   Avec $\mathrm{P}(X_{60} < 4) = \sum_{k=0}^{3} \mathrm{P}(X_{60} = k) \simeq \sum_{k=0}^{3} e^{-6} \frac{6^k}{k!} = 0,1512$ et $\mathrm{P}(Y_{60} > -50) = 1 - \mathrm{P}(X_{60} < 4)$
   Conclusion : $\boxed{\text{la probabilité de perdre moins de 50 est } 0,8488}$